République du Sénégal

Ministère de l'Education nationale

Inspection d'académie de Tambacounda

<u>Composition harmonisée du second semestre</u> : **<u>Epreuve</u>**: $1^{ère}S_2$ **<u>durée :</u>** 03 heures

Exercice 1 : **(06 points)**

---

1. Déterminer les limites suivantes **(0,75pt×6=4,5pts)**

   a) $\lim_{x\to-\infty}\frac{2x^3-5x+1}{1-x^2}$ b) $\lim_{x\to2}\frac{2x^2-7x+6}{x-2}$ c) $\lim_{\substack{x\to-3\\<}}\frac{x-1}{x^2+2x-3}$

   d) $\lim_{x\to+\infty}\sqrt{x-1}-\sqrt{x}$ e) $\lim_{x\to-\infty}\sqrt{x^2-2x}+x$ f) $\lim_{x\to1}\frac{\sin(x-1)}{2x-2}$

2. On considère sur $]1;+\infty[$ la fonction f donnée par : $f(x)=\frac{2x+\sin x}{x-1}$
   a. Montrer que pour tout $x\in\,]1;+\infty[$; $\frac{2x-1}{x-1}\leq f(x)\leq\frac{2x+1}{x-1}$. **(0,75pt)**
   b. En déduire la limite de f en $+\infty$. **(0,75pt)**

Exercice 2 : **(02 points)**

Soit la fonction numérique g à variable réelle définie par : $g(x)=\frac{\sqrt{x}-1}{x^2-1}$.

1. Justifier que g n'est pas définie en 1. **(0,25pt)**
2. Etudier la limite de g en 1 **(0,75pt)**
3. En déduire que g est prolongeable par continuité en 1 et donner la fonction f qui la prolonge. **(1pt)**

Exercice 3 : **(03, 5 points)**

Soit h la fonction définie de $]-\infty;-1]\cup[1;+\infty[$ vers $\mathbb{R}$ qui $x\mapsto\sqrt{x^2-1}$.

1. Montrer que h est une application. **(0,5pt)**
2. Montrer que h n'est ni injective ni surjective. **(0,75pt+0,75pt)**
3. Déterminer deux parties E et F de $\mathbb{R}$ les plus grands possibles pour que l'application
   $f : E\to F$
   $x\mapsto h(x)=f(x)$ soit bijective. **(1pt)**
4. Expliciter $f^{-1}(x)$ pour tout $x\in F$. **(0,5pt)**

<u>Problème</u> **(8,5 points)**

f est la fonction numérique à variable réelle donnée par : $f(x)=\frac{x^2+x}{x-1}$.

On note par (C_f) sa représentation graphique dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$, unité 2cm.

1. Déterminer l'ensemble de définition D_f de f. **(0,75pt)**
2. a) Déterminer les limites de f aux bornes de D_f. **(1pt)**
   b) En déduire que (C_f) admet une asymptote verticale dont on donnera l'équation. **(0,25pt+0,25pt)**
3. a) Justifie que f est continue sur son domaine. **(0,25pt)**
   b) Donner en justifiant l'ensemble de dérivabilité de f.
   (0,25pt)

4. a) Montrer que pour tout $x \neq 1, f(x) = x + 2 + \frac{2}{x-1}$. **(1pt)**

   b) En déduire que $(D): y = x + 2$ est une asymptote obliqueà (C_f) en $-\infty$ et en $+\infty$. **(0,75pt)**

5. a) Montrer que pour tout $x \in D_f$, $f'(x) = \frac{x^2-2x-1}{(x-1)^2}$. **(1pt)**

   b) Déterminer le signe de $f'(x)$ suivant les valeurs de x. **(0,75pt)**

6. Dresser le tableau d variation de f. **(1pt)**
7. Construire (C_f) et ses asymptotes. **(1,25pt)**